ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2013
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία, Βιβλίο σελ 234

Α2.

α	β	γ	δ	ε
Σ	Σ	Λ	Λ	Σ

Α2. α) $\int_{\alpha}^{\beta} \eta\mu x \, dx = -\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\, \alpha$

β) $(c * f)'(x) = cf'(x)$

γ) $(x^{a})' = \alpha x^{a-1}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\boldsymbol{lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^-}(\alpha^2 x + lnx) = \alpha^2 * 1 + ln1} = \alpha^2$

Β2. $\boldsymbol{lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+}\frac{x^2-x}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x\to1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x\to1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3})^2-2^2}} =$

$\boldsymbol{=\lim_{x\to1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x+3-4} = \lim_{x\to1^+}\frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim_{x\to1^+} x(\sqrt{x+3}+2) = 1(\sqrt{4}+2) = 4}$

Β2. Για να είναι συνεχής η f στο x_0=1 πρέπει

$* \boldsymbol{\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^+} f(x) = f(1)}$ δηλαδή $\alpha^2 = \boldsymbol{4 \leftrightarrow \alpha = \pm 2}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

X_i	V_i	$f_i\%$	x_iv_i
6	25	50	150
10	17	34	170
15	6	12	90
20	2	4	40
Σύνολο	50	100	450

Γ2. $\bar{\chi} = \frac{\sum_{\iota=1}^{4} x_i v_i}{v} = \frac{450}{50} = 9$

Γ3. Το πολύ 1000 € μισθό έχουν το 34% + 50% = 84 % των υπαλλήλων. Δηλαδή η μέση τιμή των μισθών είναι 900 €

Γ4. $\boldsymbol{S^2} = \frac{\mathbf{(6-9)^2*25+(10-9)^2*6*17+(15-9)^2+(20-9)^2*2}}{\mathbf{50}} = \frac{\mathbf{225+17+216+242}}{\mathbf{50}} = \frac{\mathbf{700}}{\mathbf{50}} = \mathbf{14}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\boldsymbol{f(x) = (x-2)^2(x+\alpha) \quad x \in R, \alpha \in R}$

Η f παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων. $\forall \boldsymbol{\chi} \in \boldsymbol{R}$

$$\begin{aligned} f'(\mathrm{x}) &= [(\mathrm{x}-2)^2]'(\mathrm{x}+\alpha) + (\mathrm{x}-2)^2 * (\mathrm{x}+\alpha)' \\ &= 2(\mathrm{x}-2)(\mathrm{x}-2)'(\mathrm{x}+\alpha) + (\mathrm{x}-2)^2 * 1 \\ &= 2(\mathrm{x}-2) * 1 * (\mathrm{x}+\alpha) + (\mathrm{x}-2)^2 = (\mathrm{x}-2)[2(\mathrm{x}+\alpha) + (\mathrm{x}-2)] \\ &= (\mathrm{x}-2)(2\mathrm{x}+2\alpha+\mathrm{x}-2) = (\mathrm{x}-2)(3\mathrm{x}+2\alpha-2) \end{aligned}$$

Δ2. Αφού η f παρουσιάζει ακρότατο στο x_0=4, από το θεώρημα Fermat θα ισχύει ότι

$$f'(4) = 0 \rightarrow (4-2)(3*4+2\alpha-2) = 0 \rightarrow 2(10+2\alpha) = 0 \rightarrow 20+4\alpha = \alpha \rightarrow 4\alpha = -20 \rightarrow \alpha = -5$$

Δ3. Για α=-5, f'(x) = (x-2)(3x-12)

Λύνω $\boldsymbol{f'(x) = 0 \leftrightarrow (x-2)(3x-12) = 0} \leftrightarrow$

χ =2 ή 3χ=12 ↔

χ=2 ή χ=4

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
f'(x)		+	0	-	0	+	
f(x)		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο (-∞,2] και [4,+∞) ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο [2,4].

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο χ=2 την τιμή f(2)=0 και τοπικό ελάχιστο στο x=4 την τιμή f(4)=-4

Δ4. Έστω $K(x) = g(x) – h(x) = 3x^2 - 12x – 6x + 24 = 3x^2 - 18x +24$

Λύνω $K(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 18x +24 = 0 \Leftrightarrow x^2 – 6x + 8 = 0$

$\Delta = 36 – 32 = 4$

$x = \frac{6\pm2}{2}$ επομένως $x_1 = 4$ και $x_2 = 2$

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
k(x)		+	0	-	0	+	

Άρα $E(\Omega) = \int_2^4 |K(x)|dx = \int_2^4 -K(x)dx = \int_2^4 (-3x^2 + 18x - 24)dx = [-x^3 + 9x^2 - 24x]_2^4 = 4$τ.μ.